

Exercice 1

Soit la phrase suivante :

Claude et Dominique se sont battus hier.

- (i) En donner une représentation dans le calcul des propositions.
- (ii) En donner une représentation dans le calcul des prédicats.

Si la phrase est ambiguë, étudier tous les sens différents qu'elle peut avoir.

Exercice 2

Donner une représentation des phrases suivantes dans le calcul des prédicats.

- a. *Charles est beau, mais pas Elsa.*
- b. *Jean est plus beau que Pierre.*
- c. *Marion est une femme heureuse.*
- d. *Jean et Pierre sont de bons amis.*
- e. *Pierre est allé à Toulouse avec Charles sur le vélo neuf de Marie.*
- f. *Si Pierre n'a pas eu la nouvelle par Elsa, il l'a eue par Charles.*

Exercice 3

Formaliser dans le calcul des prédicats les phrases suivantes. Quels commentaires en tirer ?

- (1) *Jean a offert un livre de Chomsky à Marie.*
- (2) *Jean a offert plusieurs livres de Chomsky à Marie.*
- (3) *Jean a offert tous les livres de Chomsky à Marie.*

Exercice 4

Traduire les phrases suivantes en logique des prédicats et, en cas d'ambiguïté, donner toutes les traductions correspondantes.

- (1) *Fido aime quelqu'un.*
- (2) *Tous les Brésiliens aiment danser.*
- (3) *Tout est noir ou blanc.*
- (4) *Toutes les photos sont en noir et blanc.*
- (5) *Jean n'a lu aucun livre.*
- (6) *Jean n'a peur de rien.*
- (7) *Bien que personne ne fasse de bruit, Jean ne parvient pas à se concentrer.*
- (8) *Tous les étudiants, sauf Jean, sont présents.*
- (9) *Jean n'a pas dit quoi que ce soit de nouveau.*
- (10) *Personne d'autre que Jean n'est venu.*
- (11) *Seuls les chômeurs ont le droit de prendre le train sans billet, mais tous les chômeurs peuvent le faire.*

- (12) *Jean ment à Marie.*
- (13) *Jean ment à tout le monde.*
- (14) *Tout le monde a menti à quelqu'un.*

- (15) *Jean fait confiance à Marie.*
- (16) *Tout le monde fait confiance à Marie.*
- (17) *Tout le monde fait confiance à quelqu'un.*

- (18) *Quand quelqu'un fume, il gêne tout le monde.*
- (19) *Personne n'a répondu à toutes les questions.*
- (20) *Personne n'en veut au monde entier.*
- (21) *Aucun enfant ne fait jamais aucune bêtise.*

- (22) *Rien ne vaut un bon livre.*
 (23) *Tout est bien qui finit bien.*
 (24) *Qui ne dit mot consent.*
 (25) *Qui dort dine.*

Exercice 5

a) Traduire les phrases suivantes en logique des prédicats :

- (i) *Tout ce que Jean n'a pas perdu, il l'a.*
 (ii) *Jean n'a pas perdu un million de francs.*
 (iii) *Jean a un million de francs.*

b) Analyser le syllogisme suivant qui consiste à déduire de la conjonction de (i) et de (ii), la conclusion (iii). Expliquer en termes sémantiques où se situe l'erreur de raisonnement.

Tout ce que Jean n'a pas perdu, il l'a. Or Jean n'a pas perdu un million de francs. Donc Jean a un million de francs.

Exercice 6

Donner une formule du calcul des prédicats qui soit tautologique, une autre qui soit contradictoire, et une formule satisfaisable.

Exercice 7

Proposez une transcription en logique des prédicats des phrases suivantes. Précisez à chaque fois le vocabulaire que vous utilisez.

- (1) *Jean est parti sans prévenir Marie.*
 (2) *Jean n'est pas chez lui, à moins qu'il ne réponde pas au téléphone.*
 (3) *A moins d'être fou, il n'est pas possible de raisonner ainsi.*
 (4) *Jean ne mange que des sucreries.*
 (5) *Pour peu qu'on encourage un enfant timide, il devient intrépide.*
 (7) *Un chien aboie.*
 (8) *Si un étudiant obtient une note en juin, il la garde pour septembre.*
 (9) *Tous les dossiers auxquels il manquera une pièce seront rejetés sans être examinés.*
 (10) *Quiconque insulte Jean risque sa vie.*

Exercice 8

Montrez que les formules de chacune des paires ci-dessous ne sont pas logiquement équivalentes, en donnant l'exemple d'une situation où l'une est vraie et pas l'autre.

a. $\forall x (A(x) \vee B(x))$ vs. $\forall x A(x) \vee \forall x B(x)$

b. $\exists x (A(x) \wedge B(x))$ vs. $(\exists x A(x) \wedge \exists x B(x))$