**Signification et théories linguistiques**
**Décembre 2012 - C. Beyssade - L5LM81LF - Licence 3ème année**

**Exercice 1** (10 points)
Traduire dans le calcul des prédicats les phrases suivantes. Préciser le sens du vocabulaire utilisé et si une phrase est ambiguë, donner toutes les représentations possibles.

(1) a. Il y a des jouets fabriqués en France.
b. Tous les jouets fabriqués en France sont contrôlés.
d. Aucun jouet fabriqué en France ne présente le moindre danger.
e. Aucun jouet ne présente aucun danger.

**Correction**
Vocabulaire :
f : constante d'indivdu pour La France
J(x) : prédicat unaire : x est un jouet
F(x,y) : prédicat binaire : x est fabriqué à y
C(x) : prédicat unaire : x est contrôlé
D(x) : prédicat unaire : x est un danger
P(x,y) : prédicat binaire : x présente y

(1a) $\exists x\ (J(x) \wedge F(x,f))$
Si on veut souligner le pluriel, on pourra traduire :
$\exists x\ \exists y\ (\neg(x=y) \wedge J(x) \wedge F(x,f) \wedge J(y) \wedge F(y,f))$
(1b) $\forall x\ ((J(x) \wedge F(x,f)) \rightarrow C(x))$
(1d) $\forall x\ (\ (J(x) \wedge F(x,f)) \rightarrow \forall y\ (D(y) \rightarrow \neg P(x, y))\ )$
Autre possibilité :
$\neg\exists x\ (J(x) \wedge F(x,f) \wedge \exists y\ (D(y) \wedge P(x, y))\ )$
(1e) Cet énoncé est ambigu. Il peut signifier
(i) tous les jouets sont tels qu'ils ne présentent aucun danger
$\forall x\ (\ J(x) \rightarrow \neg\ \exists y\ (D(y) \wedge P(x, y))\ )$
(ii) ou bien : tous les jouets sont dangereux.
$\forall x\ (\ J(x) \rightarrow \exists y\ (D(y) \wedge P(x, y))\ )$

On voit cette seconde interprétation émerger par exemple dans le dialogue suivant :
A : Le jouet que j'ai acheté ne présente aucun danger.
B : Tu te fais des illusions ! Aucun jouet ne présente aucun danger.

**Exercice 2** (10 points)
Soit le vocabulaire suivant :

| | |
|---|---|
| s : Socrate | H(x) : x est un être humain |
| S(x) : x est sage | A(x,y,z) : x apprend y de z. |

a) Donner une traduction en langue naturelle des phrases suivantes.
(2) a. $\forall y\ (H(y) \rightarrow \exists z\ A(s,z,y))$
b. $\forall x\ (H(x) \rightarrow (\forall y\ (H(y) \rightarrow \exists z\ A(x,z,y)) \rightarrow S(x)))$
c. $\forall x\ \forall y\ ((H(x) \wedge H(y) \wedge \exists z\ A(x,z,y)) \rightarrow S(x))$

b) Les formules b et c du calcul des prédicats sont-elles équivalentes ? Expliquer pourquoi.

**Correction**
(2a) Socrate apprend (quelque chose) de chaque individu.
(2b) Tout homme qui apprend quelque chose de tous ses semblables est sage.
Est sage celui qui apprend de tout le monde

(2c) Si on paraphrase, on a :

Pour toute paire d'hommes telle qu'il existe quelque chose que le premier apprend du second, alors le premier est sage.

Il est sage, celui qui apprend quelque chose d'au moins un de ses semblables.

Les deux phrases ne sont pas équivalentes, puisqu'en (b), il faut, pour être sage, apprendre de tout le monde, alors qu'en (c), il suffit d'apprendre d'un seul homme.
Cela vient de ce que en (b), on a une formule du type $a \rightarrow (b \rightarrow c)$ qui est équivalente à $(a \wedge b) \rightarrow c$. Du coup, on a bien l'idée que x doit apprendre de tout y.
En (c) en revanche, le quantificateur universel $\forall y$ a portée sur toute la formule. Si on le fait passer à l'intérieur de l'antécédent, ce qui est possible puisque y n'apparaît pas dans le conséquent, il se transforme en un existentiel.