

## TD 6 - Lambda calcul

1. **Syntaxe des lambda-termes** Donnez l'arbre de décomposition syntaxique de

- (1) a.  $\lambda f.\lambda g.\lambda x.(f)(g)x$
- b.  $\lambda f.\lambda g.\lambda x.((f)g)x$
- c.  $aab$ , à comparer avec  $(a)(a)b$
- d.  $(M)ab$ , à comparer avec  $Mab$

2. **Convention de notation** Donnez les formes entièrement parenthésées des termes suivants. Si ce sont des redex, les réduire autant que possible.

- (2) a.  $(\lambda x.\lambda y.fxy)xy$
- b.  $(\lambda x.\lambda y.xyy)\lambda y.\lambda a.y$

3.  **$\beta$ -réduction** : Réduire autant que possible les termes suivants

- (3) a.  $(\lambda x.xx)\lambda x.x$
- b.  $((\lambda x.\lambda y.yx)f)\lambda x.x$
- c.  $(\lambda n.\lambda f.\lambda x.(f)((n)f)x)\lambda f.x.fx$

4. **Rédex et  $\beta$ -réduction (niveau 2)** : Identifiez tous les redex de la forme suivante, et réduisez-la autant que possible. Si de nouveaux redex apparaissent identifiez-les.

- (4)  $((\lambda S.\lambda V.(S)(V)\lambda Q.(Q)m)\lambda P.(P)j)\lambda O.\lambda y.(O)\lambda z.((kiss)y)z$

5. Réduire autant que possible les expressions suivantes :

- (5) a.  $(\lambda x.(P)x)m$
- b.  $(\lambda x.\forall z.((\lambda y.((K)x)y)z \rightarrow ((R)z)x))j$
- c.  $((\lambda x.\lambda Y.(Y)x)j)P$

En fixant une interprétation des prédicats  $K$ ,  $R$  et  $P$ , et des constantes  $m$  et  $j$ , proposez pour chacune de ces formules une phrase en français ayant les mêmes conditions de vérité.

6. Si  $j$  est une constante de type  $e$ ,  $M$  une constante de type  $\langle e, t \rangle$ , quel est le type des variables  $x$ , et  $Y$  pour que les expressions suivantes soient bien formées ? Réduire.

- (6) a.  $(\lambda x.(M)x)j$
- b.  $(\lambda Y.(Y)j)M$

7. Si l'on veut que la dénotation d'un nom propre soit de type  $e$  : par exemple,  $\llbracket \text{léa} \rrbracket = l$ , on peut charger la règle  $SN \rightarrow NP$  pour garantir la « montée de type », de sorte que  $\llbracket \llbracket_{SN} \text{léa} \rrbracket \rrbracket = \lambda P.(P)l$ . Il faut donc trouver un  $\lambda$ -terme (un combinateur)  $\Psi$  tel que  $\llbracket \text{SN} \rrbracket = (\Psi)\llbracket \text{NP} \rrbracket$ . Comment s'écrit  $\Psi$  ?

8. Comment représenter la contribution du verbe *être* dans la phrase « Jean est mortel » ?
9. On s'accorde généralement pour considérer que la contribution d'un adjectif épithète (intersectif) est un prédicat ( $\langle e, t \rangle$ ). Si on considère que les adjectifs sont adjoints au  $N'$ , comment définir les règles de composition pour que le  $N'$  le plus élevé soit bien du type  $\langle e, t \rangle$  ?
10. La coordination en *et* peut s'appliquer à de multiples niveaux en français. Proposer une représentation de *et* qui fonctionne dans les cas suivants.
  - (7) a. Paul est paresseux et menteur
  - b. Jean et Marie dorment
  - c. Paul regarde et admire Marie
11. **Combinateurs booléens** Définir avec les conventions vues en cours (opérateurs T et F) les opérateurs booléens  $\wedge$  et  $\vee$ .