

4.1 Théorème de Kleene

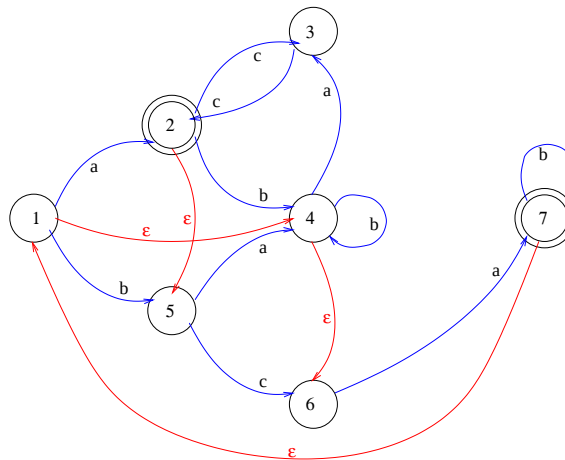
- [1] Soient les deux automates décrits par les tables de transition suivantes :

	a	b	c
$\rightarrow 1$	1	1	2
2	3	1	2
3	3	4	3
$\leftarrow 4$	3	4	3

	a	b	c
$\rightarrow 1$	2	/	/
2	2	3	2
$\leftarrow 3$	2	3	2

Donner un automate reconnaissant tous les mots reconnus à la fois par les deux automates.

- [2] Soit l'automate suivant. Proposer un automate sans ε -transitions (mais pas nécessairement déterministe) qui reconnaît le même langage.



- [3] Appliquer l'algorithme de suppression des ε -transitions à l'automate obtenu par la méthode systématique pour le langage $(a|c)(b|\varepsilon)d^*$

- [4] Construire l'automate généralisé correspondant à la table

	0	1
$\rightarrow A$	B	A
$\leftarrow B$	B	A

Donner l'expression rationnelle correspondante.

- [5] Soit l'automate suivant :

	a	b	c	ε
$\rightarrow 1$	1,2	3	5	5
2	3	2	1	
$\leftarrow 3$			5	4,6
4	3		6	2
5	5	4,6	6	
$\leftarrow 6$				

- Proposer une grammaire régulière qui engendre le même langage.
 - Proposer un automate sans ε -transition qui reconnaît le même langage.
- [6] Soit l'expression rationnelle $(aa|b)^*(ca^*|ba^*b)$.
- Proposer un automate qui reconnaît le langage décrit par cette expression.

2. À partir de l'automate, proposer une grammaire régulière engendrant le même langage.
3. Donner un arbre syntaxique avec la grammaire précédente pour le mot *aabaab*.

[7] Soit la grammaire presque régulière suivante.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aS \mid aB \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow cS \mid bB \\ B &\rightarrow aA \mid bB \mid A \\ C &\rightarrow cD \mid A \\ D &\rightarrow cC \mid \varepsilon \end{aligned}$$

1. Proposer un automate qui reconnaît le même langage.
2. En procédant éventuellement par étapes, proposer un automate **déterministe** le plus simple possible qui reconnaisse le même langage.
3. En déduire une version simplifiée de la grammaire initiale.

[8] On s'autorise quelquefois à écrire dans la partie droite des règles d'une grammaire algébrique une expression rationnelle : par exemple, on pourrait imaginer dans une grammaire de la langue naturelle une règle de la forme $NP \rightarrow Det A^* N (A|Rel)^*$.

Est-ce légitime ? Peut-on proposer une (sous-)grammaire qui reconnaisse le même langage que la règle ci-dessus ?

[9] Soit la grammaire donnée par les règles suivantes :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aA \mid bB \\ B &\rightarrow aA \mid bC \mid b \\ A &\rightarrow bB \mid aC \mid a \\ C &\rightarrow aC \mid a \mid b \mid bC \end{aligned}$$

1. Construire l'automate à états fini associé à cette grammaire.
2. Donner les états successifs permettant de reconnaître les trois chaînes *aaa*, *babba* et *babaaaa*.
3. Cet automate est-il déterministe ? Si non, écrire l'automate à états fini déterministe correspondant.

[10] Soit l'automate généralisé représenté dans le tableau suivant. Donnez l'expression rationnelle que l'on obtient en supprimant en premier l'état 1, puis l'état 2 ; et donnez celle que l'on obtient en supprimant en premier l'état 2. Qu'en déduisez-vous ?

$\nearrow$	1	2	F
I	$a b$	ε	$\emptyset$
1	a	$\emptyset$	ε
2	c^*	b	$\emptyset$

[11] Transformer la grammaire suivante en la débarrassant des symboles non terminaux inutiles (i.e. sans contribution) :

$$\begin{aligned} S &\longrightarrow A \mid B \\ A &\longrightarrow aB \mid bS \mid b \\ B &\longrightarrow AB \mid Ba \\ C &\longrightarrow AS \mid b \end{aligned}$$