A.2 Automates, Langages rationnels, grammaires

1. Construire l'automate généralisé correspondant à la table

	0	1
$\rightarrow$ A	B	A
$\leftarrow$ B	B	A

   Donner l'expression rationnelle correspondante.

2. Montrez que le langage des “carrés parfaits” n'est pas un langage rationnel.
   $L_{cp} = \{u \in \Sigma^* \ / \ \exists v \in \Sigma^* \text{ t.q. } u = v^2\}$

3. Proposer un automate **minimal** qui reconnaisse le même langage que l'expression rationnelle $a(b|bc)^*c$. (Il peut être intéressant de passer par une étape de déterminisation.)

4. Soit $X = \{a, b, c, \dots, z\}$. Proposer un automate **déterministe** et **minimal** qui reconnaisse le langage $X^*issime$[3]. Peut-on proposer une généralisation sur le nombre minimal d'états d'un automate reconnaissant X^*u pour $u \in X^*$, en fonction de la longueur de u ?

5. Soit l'alphabet $X = \{a, b, c, d, e\}$. Proposer une grammaire régulière qui engendre tous les mots de X^* qui se terminent par *ade*. On pourra se faciliter la tâche en passant par des étapes intermédiaires (automates...).

6. Soit la grammaire régulière suivante :
   $$G = \langle \{a,b,c,d\}, \{S,T,V\}, S, \left\{ \begin{array}{lcl} S & \rightarrow & aS|bS|cT, \\ T & \rightarrow & aV|bV|aT|bT|cT|dT, \\ V & \rightarrow & \varepsilon \end{array} \right\} \rangle.$$
   a. Dessiner un automate (non déterministe) reconnaissant $L_G(S)$.
   b. Déterminiser cet automate.

7. Soit la grammaire donnée par les règles suivantes :
   $$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & aA \mid bB \\ B & \rightarrow & aA \mid bC \mid b \\ A & \rightarrow & bB \mid aC \mid a \\ C & \rightarrow & aC \mid a \mid b \mid bC \end{array}$$
   (a) Construire l'automate à états fini associé à cette grammaire.
   (b) Donner les états successifs permettant de reconnaître les trois chaînes *aaa*, *babba* et *babaaaa*.
   (c) Cet automate est-il déterministe ? Si non, écrire l'automate à états fini déterministe correspondant.

8. Montrez que le langage des mots dont la longueur est un nombre premier n'est pas un langage rationnel. Même question avec les mots dont la longueur est un carré parfait.

9. Soit le langage sur le vocabulaire $V = \{$*l'*, *homme*, *qui*, *a*, *vu*, *ours*$\}$ formé de l'ensemble des phrases finies de la forme *l'homme qui a vu l'homme qui a vu* ... *qui a vu l'ours*. Donner une grammaire régulière, et une grammaire indépendante du contexte (*context-free*) de ce langage.

[3]Mots formés d'un mot quelconque de X^* suivi des lettres i, s, s, i, m, e.