A.2 Automates et algorithmes (suite)

1. Minimiser l'automate dont la table de transition est la suivante ($X = \{a, b\}$; les états sont désignés par des lettres majuscules) :

δ	A	B	C	D	E	F	G	H
a	B	G	A	C	H	C	G	G
b	F	C	C	G	F	G	E	C

2. Soit $X = \{a, b, c, \ldots, z\}$. Proposer un automate **déterministe** et **minimal** qui reconnaisse le langage $X^*issime$[1]. Peut-on proposer une généralisation sur le nombre minimal d'états d'un automate reconnaissant X^*u pour $u \in X^*$, en fonction de la longueur de u ?
3. Proposer un automate et une expression rationnelle pour le langage de tous les mots de $\{a, b, c\}^*$ dont *cac* est un sous-mot[2].
4. Soit l'automate suivant :

	a	b	c	ε
$\rightarrow$ 1	1,2	3	5	5
2	3	2	1	
$\leftarrow$ 3			5	4,6
4	3		6	2
5	5	4,6	6	
$\leftarrow$ 6				

   (a) Proposer une grammaire régulière qui engendre le même langage.

   (b) Proposer un automate sans ε-transition qui reconnaît le même langage.

5. Appliquer l'algorithme de suppression des ε-transitions à l'automate obtenu par la méthode systématique pour le langage $(a|c)(b|\varepsilon)d^*$
6. Montrez que le langage des mots dont la longueur est un nombre premier n'est pas un langage rationnel. Même question avec les mots dont la longueur est un carré parfait.

[1]Mots formés d'un mot quelconque de X^* suivi des lettres i, s, s, i, m, e.

[2]Un *sous-mot* de u est une sous-suite de lettres — non nécessairement contiguë — de u. À distinguer d'un *facteur*. Exemple : *pis* est un sous-mot de *produits*.