A.1 Automates et algorithmes

1. Soit $A = \{a, b, c\}$. Donner des automates déterministes complets reconnaissant les langages suivants :
   (a) L'ensemble des mots dont la longueur est un multiple de 3.
   (b) L'ensemble des mots dans lesquels le motif ab, s'il apparaît, est suivi de ccc.
   (c) L'ensemble des mots se terminant par b.
   (d) L'ensemble des mots ne se terminant pas par b.
   (e) L'ensemble des mots non vides ne se terminant pas par b.
   (f) L'ensemble des mots contenant exactement un b.
   (g) L'ensemble des mots ne contenant aucun b.
   (h) L'ensemble des mots contenant au moins un a et dont la première occurence de a n'est pas suivie par un c.
   (i) L'ensemble des mots comportant au moins 3 lettres et dont la troisième lettre à partir de la fin est un a ou un c.
2. Donner un automate qui reconnaît le langage décrit par les expressions rationnelles suivantes, en appliquant la méthode vue en cours. Pour le troisième automate, on donnera aussi (sans nécessairement appliquer l'algorithme de suppression des ε-transitions) un automate le plus simple possible sans ε-transition.
   – (a|c)(b|ε)d*
   – (ab|ba)*
   – (a|b)(a|b)*
3. Soit l'alphabet $X = \{a, b, c\}$. Proposer un automate fini déterministe qui reconnaît le langage $L_2 = \{u \in X^* / \nexists v, w \in X^* \text{ t.q. } u = vbacaw\}$.
4. Proposer un automate minimal (en nombre d'états) qui reconnaisse le langage décrit par l'expression rationnelle $a^*(c(ab|ba^*)|cab|cb)$. On déduira de l'automate une expression rationnelle plus simple. On ne demande pas nécessairement d'appliquer les algorithmes vus en cours.
5. Proposer un automate **minimal** qui reconnaisse le même langage que l'expression rationnelle $a(b|bc)^*c$. (Il peut être intéressant de passer par une étape de déterminisation.)
6. Proposer un automate qui reconnaît $L_1 \cap L_2$, où L_i est le langage reconnu par $\mathcal{A}_i$.

$\mathcal{A}_1$	a	b	c
$\rightarrow$ 1	2		4
2		3	
3	2		4
$\leftarrow$ 4	2	4	

$\mathcal{A}_2$	a	b	c
$\rightarrow$ A	A	B	D
B		C	B
C	A		D
$\leftarrow$ D	C		

7. Construire l'automate généralisé correspondant à la table

	0	1
$\rightarrow$ A	B	A
$\leftarrow$ B	B	A

   Donner l'expression rationnelle correspondante.
8. Soient l'alphabet $X = \{a, b, c, d\}$, les langages $L_1 = \{a^n db^p da^n,\ n > 0, p \geq 0\}$ et $L_2 = \{a, aa, aaa, abcb, abdb, abbb, aabc, aacb\}$. Donner une expression rationnelle et un automate pour décrire chacun des deux langages.