

Interprétation dans les modèles

Pascal Amsili¹ Pascal Denis²

¹Laboratoire de Linguistique Formelle
Université Paris Diderot - Paris 7

²Laboratoire ALPAGE
INRIA & Université Paris Diderot - Paris 7

Master de Linguistique Informatique, année 2009-2010

Projet global

- ▶ Compréhension de « texte »
- ▶ Enrichissement d'une représentation sémantique
- ▶ Interrogation d'une représentation sémantique

Plan

Rappels

Interprétation logique propositionnelle

Modèle extensionnel du 1er ordre

Interprétation tarskienne

Génération de modèles

Travaux pratiques

Modèles avec nltk

Interprétation dans un modèle

Création d'un modèle

Comment “calculer” si

$$\forall x(homme(x) \rightarrow mortel(x))$$

est vraie ?

- ▶ Méthode syntaxique
- ▶ Méthode sémantique

Valuation

Soit une *valuation* V : fonction de l'ensemble des symboles de proposition dans $\{0, 1\}$.

1. Si φ est un symbole de proposition, alors $\llbracket \varphi \rrbracket_V = V(\varphi)$;

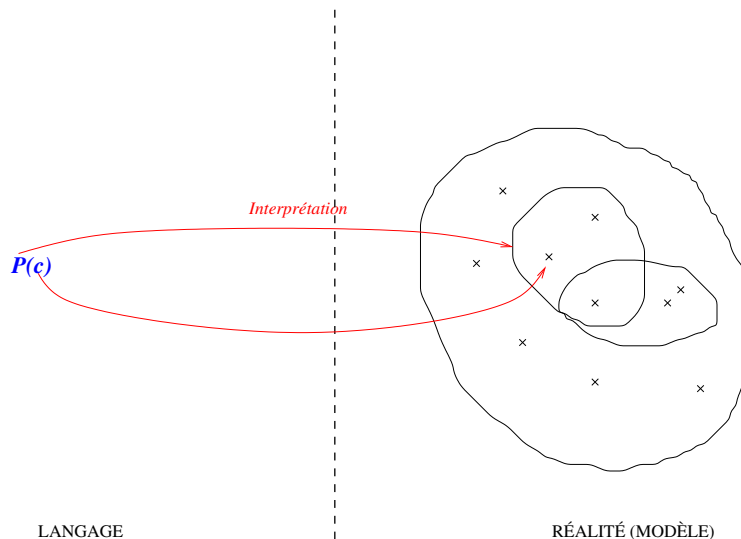
Pour toutes formules φ et ψ :

2. $\llbracket \neg \varphi \rrbracket_V = 1$ ssi $\llbracket \varphi \rrbracket_V = 0$;
3. $\llbracket (\varphi \wedge \psi) \rrbracket_V = 1$ ssi $\llbracket \varphi \rrbracket_V = 1$ et $\llbracket \psi \rrbracket_V = 1$;
4. $\llbracket (\varphi \vee \psi) \rrbracket_V = 0$ ssi $\llbracket \varphi \rrbracket_V = 0$ et $\llbracket \psi \rrbracket_V = 0$;
5. $\llbracket (\varphi \rightarrow \psi) \rrbracket_V = 0$ ssi $\llbracket \varphi \rrbracket_V = 1$ et $\llbracket \psi \rrbracket_V = 0$;
6. $\llbracket (\varphi \leftrightarrow \psi) \rrbracket_V = 1$ ssi $\llbracket \varphi \rrbracket_V = \llbracket \psi \rrbracket_V$;

Principe

- ▶ Le monde est représenté par un ensemble d'individus (atomiques)
- ▶ Les propriétés, les relations, sont des fonctions, ie des ensembles

Illustration



Calcul récursif des conditions de vérité I

Soit un modèle $\mathcal{M} = \langle \mathcal{D}, \mathcal{I} \rangle$. La valeur de vérité d'une formule est donnée par la fonction V .

- Si P est un symbole de prédicat, $c_1, c_2, \dots, c_k$ des constantes, alors

$$V_{\mathcal{M}}(P(c_1, c_2, \dots, c_k)) = 1 \text{ ssi } \langle I(c_1), I(c_2), \dots, I(c_k) \rangle \in I(P)$$

- Si φ et ψ sont des formules,

$$V_{\mathcal{M}}(\neg\varphi) = 1 \text{ ssi } V_{\mathcal{M}}(\varphi) = 0$$

$$V_{\mathcal{M}}((\varphi \wedge \psi)) = 1 \text{ ssi } V_{\mathcal{M}}(\varphi) = 1 \text{ et } V_{\mathcal{M}}(\psi) = 1$$

$$V_{\mathcal{M}}((\varphi \vee \psi)) = 1 \text{ ssi } V_{\mathcal{M}}(\varphi) = 1 \text{ ou } V_{\mathcal{M}}(\psi) = 1$$

$$V_{\mathcal{M}}((\varphi \rightarrow \psi)) = 1 \text{ ssi } V_{\mathcal{M}}(\varphi) = 0 \text{ ou } V_{\mathcal{M}}(\psi) = 1$$

$$V_{\mathcal{M}}((\varphi \leftrightarrow \psi)) = 1 \text{ ssi } V_{\mathcal{M}}(\varphi) = V_{\mathcal{M}}(\psi)$$

Calcul récursif des conditions de vérité II

► Variables (libres)

Soit g une affectation (*assignment*) : de l'ensemble des variables dans D .

$$V_{\mathcal{M},g}(P(x)) = 1 \text{ ssi } g(x) \in I(P)$$

dénotation d'un terme (constante ou variable) :

$\llbracket t \rrbracket_{\mathcal{M},g} = I(t)$ si t est une constante

$\llbracket t \rrbracket_{\mathcal{M},g} = g(t)$ si t est une variable

$$V_{\mathcal{M},g}(P(t_1, \dots, t_n)) = 1 \text{ ssi } \langle \llbracket t_1 \rrbracket_{\mathcal{M},g}, \dots, \llbracket t_n \rrbracket_{\mathcal{M},g} \rangle \in I(P).$$

Calcul récursif des conditions de vérité III

$V(\exists x \varphi) = 1$ ssi il existe un individu dans le domaine qui vérifie φ .

$V_{\mathcal{M}}(\exists x \varphi) = 1$ ssi il existe $d \in D$ et $g : x \mapsto d$ tels que $V_{\mathcal{M},g}(\varphi) = 1$
 $g[y/d] =$ affectation g , sauf pour $y \mapsto d$.

$V_{\mathcal{M},g}(\exists y \varphi) = 1$ ssi il existe un $d \in D$ tel que $V_{\mathcal{M},g[y/d]}(\varphi) = 1$

de même,

$V_{\mathcal{M},g}(\forall y \varphi) = 1$ ssi pour tout $d \in D$, $V_{\mathcal{M},g[y/d]}(\varphi) = 1$

Finalement, si φ est une phrase, son interprétation ne dépend pas de l'affectation g . Alors on dira, pour toute **phrase** φ :

$V_{\mathcal{M}}(\varphi) = 1$ ssi il existe une affectation g tel que $V_{\mathcal{M},g}(\varphi) = 1$

Plan

Rappels

Interprétation logique propositionnelle

Modèle extensionnel du 1er ordre

Interprétation tarskienne

Génération de modèles

Travaux pratiques

Modèles avec nltk

Interprétation dans un modèle

Création d'un modèle

Deux points de vue sur une formule

- ▶ Formule (close) : fonction qui pour un modèle donné renvoie V ou F.
- ▶ Formule (close) : ensemble des “mondes” qui satisfont cette formule

Génération de modèle à partir d'une formule

Même pour $dort(j)$, cela fait une infinité de modèles !

- ▶ Modèle minimal
- ▶ Modèle à domaine fixe
- ▶ Modèle de Herbrand
- ▶ ...

Formules comme assertions

Domaine fixe

- ▶ $dort(j)$
- ▶ $\neg dort(m)$
- Problème de monotonie
- Classification des formules
 - ▶ $(dort(j) \wedge dort(m))$
 - ▶ $\forall x(homme(x) \rightarrow dort(x))$
 - ▶ $\exists y dort(y)$
 - ▶ $(dort(j) \wedge dort(m))$

Enrichissement de modèles

- ▶ $dort(j) \Rightarrow \neg veille(j)$
- ▶ $devant(a, b) \Rightarrow derriere(b, a)$

Plan

Rappels

- Interprétation logique propositionnelle
- Modèle extensionnel du 1er ordre
- Interprétation tarskienne

Génération de modèles

Travaux pratiques

- Modèles avec nltk
- Interprétation dans un modèle
- Création d'un modèle

Définition d'un modèle

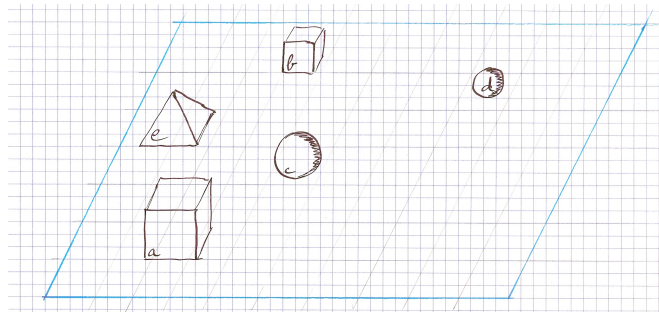
```
dom = set(['a', 'b', 'c', 'd', 'e'])

val = """
a => a
b => b
c => c
d => d
e => e
boite => {a, b}
sphere => {c, d}
pyramide => {e}
grande => {a,c,e}
petite => {b,d}
devant => {(a,c), (a,e), (e,d)}
droite => {(c,a)}
gauche => {(b,d), (c,d)}
"""

rel = nltk.sem.parse_valuation(val)

modele1 = nltk.sem.Model(dom,rel)
```

Définition d'un modèle (suite)



Evaluation d'une formule

```
g = nltk.sem.Assignment(dom)

fl_test = [ 'boite(c)', '-droite(a,c)',
            'exists x. (sphere(x) and devant(x,e))',
            'all x. (boite(x) implies devant(x, c))' ]

def test_evaluation_modele():
    for fl in fl_test:
        print "La formule", fl, "est evaluee a",
        print modele1.evaluate(fl, g), "dans le modele"
```

Manipulation 1 I

Interprétation dans un modèle

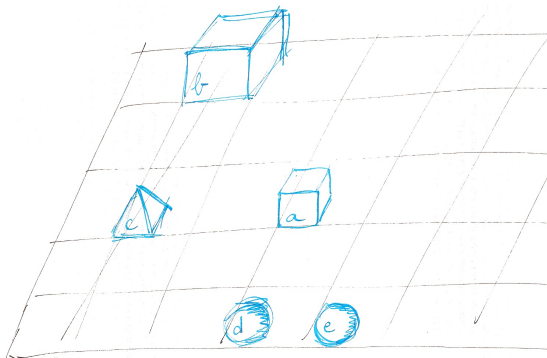
1. En partant du code donné, augmenter la grammaire pour traiter les phrases (1)
 - (1) a. toutes les pyramides sont grandes
 - b. il est faux que toutes les sphères se trouvent devant quelques petites boites
2. Créer (à la main) un nouveau modèle, compatible avec la figure donnée ci-après

Manipulation 1 II

Interprétation dans un modèle

3. Préparer un “texte” dont toutes les propositions sont vraies, mais tel que pour une partie d’entre elles, l’évaluation sera fausse.
 - (2) a. $grande(a) \wedge pyramide(a) \wedge devant(a, b)$
 - b. VRAI évalué VRAI : a est une grande pyramide
 - c. VRAI évalué FAUX : il est faux que a est petite ; b se trouve derrière a
4. Ajouter du code pour “saturer” le modèle (symétrie, antisymétrie, transitivité), de telle sorte que le texte soit entièrement évalué VRAI

Manipulation (suite)



Manipulation 2

Création d'un modèle

1. Faire en sorte de distinguer, parmi les formules logiques, celles qui sont “assertables”, et celles qui ne le sont pas
2. Traiter un texte comme une suite d'assertions, en réagissant (1) au propositions non assertables, et (2) aux propositions incompatibles avec le modèle
3. Enrichir le modèle comme précédemment
4. Faire en sorte de parser aussi les questions (fermées), pour pouvoir y répondre au regard du modèle courant.
5. Englober le tout dans un application interactive

Point de vue utilisateur

- ▶ Fourniture d'un texte interprété comme une suite d'assertions cohérentes. Contrôle de la cohérence ; complétion sur la base des propriétés internes au modèle
- ▶ Prompt permettant de poser des questions (est-ce que toutes les boîtes sont grandes ?) ; et aussi de poser de nouvelles assertions