CALCUL DES PRÉDICATS ET PORTÉE DES QUANTIFICATEURS

1. Variables et pronoms

(1) a. Elle le voit souvent. b.V(x,y)

(2) a. Marie aime beaucoup Jean et elle le voit souvent.
b. A(m,j) ∧ V(m,j)

Les pronoms réfléchis et réciproques

(3) a. Pierre se lave a'. L(p,p)
b. Pierre et Jean se lavent. b'. L(p,p) ∧ L(j,j) b". L(p,j) ∧ L(j,p)

Les pronoms de dialogue *je, tu*

(4) a. Je te parle a'. P(Loc, Interloc)

2. Pronom et quantification

(5) a. Jean a lu cet article. Il est très intéressant.
b. # Jean a lu chaque article. Il était très intéressant.
c. ?? Jean a lu chaque article. Ils sont très intéressants.
d. Jean a lu tous les articles. Ils sont très intéressants.
e. Jean a lu chaque article qui faisait moins de 15 pages.

• Variable individuelle, variable de groupe
• Variable libre *vs.* variable liée

(6) a. Tout le monde se lave.
b. Tout philosophe croit qu'il détient la vérité.
c. Tout philosophe croit que tout philosophe détient la vérité.

3. Ambiguïté de portée

3.1 Exemples

• Quantification et négation

(7) a. Pierre n'aime pas toutes les filles.
b. Pierre n'aime aucune fille.
c. Il y a au moins une fille que Pierre n'aime pas.
d. Pierre n'aime pas une fille.

• Quantification et interrogation

(8) a. A qui Jean a-t-il vendu (chaque livre / tous les livres) ?
b. Pour chaque livre, à qui Jean l'a-t-il vendu ?
c. A quelle personne Jean a-t-il vendu l'ensemble des livres?

• Quantification et modaux

(9) a. Tout le monde peut venir.
b. Chaque personne prise individuellement peut venir.
c. Il est possible que tout le monde vienne ensemble.

• Quantification et croyance (ambiguïté *de re / de dicto)*

(10) a. Jean croit qu'un étudiant de cette classe a triché.
b. Jean croit que quelqu'un a triché et il croit que c'est un étudiant de cette classe.
c. Il y a un étudiant de cette classe dont Jean croit qu'il a triché.

• Asymétrie de position entre sujet et objet

(11) a. Tout le monde aime quelqu'un.
b. Quelqu'un aime tout le monde.
c. Tout le monde est aimé de quelqu'un.
d. Quelqu'un est aimé de tout le monde.

• L'ambiguïté collectif / distributif

(12) a. Les hommes sont mortels. a'. Chaque homme est mortel.
b. Les étudiants ont ouvert une cafétéria b.' Chaque étudiant a ouvert une cafétéria
c. Les enfants ont dépensé 20 E. pour acheter un cadeau à leur mère

c'. Chaque enfant a dépensé 20 E. pour acheter un cadeau à sa mère.

3.2 Formalisation

• Portée large / portée étroite

(13) Tout le monde admire quelqu'un.

(13') a. $\exists y\ \forall x\ (\text{Humain}(y) \wedge (\text{Humain}(x) \rightarrow \text{Admire}(x,y)))$

b. $\forall x\ \exists y\ (\text{Humain}(y) \wedge (\text{Humain}(x) \rightarrow \text{Admire}(x,y)))$

(13')a implique (13')b, mais pas l'inverse.

(14) Tout le monde aime tout.

(14') a. $\forall x\ \forall y\ (\text{Humain}(x) \rightarrow \text{Aime}(x,y))$

b. $\forall y\ \forall x\ (\text{Humain}(x) \rightarrow \text{Aime}(x,y))$

• Portée inversée

(15) a. *Un spécialiste relira chaque papier*.

b. *Un guide accompagnera chaque visiteur*.

c. *Il y a une étiquette à côté de chaque assiette*.

4. La portée des indéfinis

4.1 Portée intermédiaire

(16) a. Chaque professeur a récompensé chaque étudiant qui a lu un roman.

b. Chaque professeur a choisi un roman particulier et a récompensé tous les étudiants qui l'ont lu.

c. Il y a un roman, tel que chaque professeur a récompensé chaque étudiant qui l'a lu.

(16') Chaque professeur a récompensé chaque étudiante qui a lu un livre qu'il avait conseillé.

4.2 Les donkey-sentences

(17) a. *Tout fermier qui possède un âne le bât.*

b. *Si un fermier possède un âne, il le bât.*

• Considérons tout d'abord les exemples suivants (qui ne sont pas des *donkey sentences*).

(18) a. Si Pedro possède un âne, il est riche.

b. Tout touriste qui visite une ville est curieux.

(19) a. $(\exists x\ [(\text{âne}(x) \wedge \text{possède}(p,x))] \rightarrow \text{riche}(p))$

b. $\forall x\ [(\text{touriste}(x) \wedge \exists y\ [(\text{ville}(y) \wedge \text{visite}(x,y))] \rightarrow \text{curieux}(x))]$

(18a) se paraphrase "*quel que soit l'âne que Pedro possède, il est riche*".

(20) a. $\forall x\ [((\text{âne}(x) \wedge \text{possède}(p,x)) \rightarrow \text{riche}(p))]$

b. $\forall t \forall v\ \ [(\text{touriste}(t) \wedge (\text{ville}(v) \wedge \text{visite}(t,v)) \rightarrow \text{curieux}(t))]$

• Passons maintenant aux *donkey sentences*.

(21) a. Si Pedro possède un âne, il le bat

b. Tout touriste qui visite une ville l'aime

(22) a. $\forall x\ [(\text{âne}(x) \wedge \text{possède}(p,x)) \rightarrow \text{bat}(p,x)]$

b. $\forall t \forall v\ \ [\text{touriste}(t) \wedge (\text{ville}(v) \wedge \text{visite}(t,v)) \rightarrow \text{aime}(t,v)]$

(23) a. $[\exists x\ (\text{âne}(x) \wedge \text{possède}(p,x)) \rightarrow \text{bat}(p,x)]$

b. $\forall t\ [\text{touriste}(t) \wedge \exists v\ (\text{ville}(v) \wedge \text{visite}(t,v)) \rightarrow \text{aime}(t,v)]$

⇒ La contribution d'un indéfini n'est pas toujours la même. Cela remet en cause le principe de compositionalité.

<u>Conclusion</u> : Pb de portée, ou de dépendance ?

4.3 Le problème de la proportion

(24) La plupart des fermiers qui possèdent un âne le battent.

• Que compte-on ? Les paires <fermier,âne> ou seulement sur les fermiers qui possèdent un âne.
Cas crucial :
10 fermiers : 1 qui possède 100 ânes et les bas tous, 9 qui possèdent un âne et ne les battent pas.

• Lectures asymétriques

(25) Quand un article sur sa_i vie privée fait du tort à un homme $politique_i$, en général, il_i essaie de le faire censurer.

(26) Si une photo le_i représentant flatte un homme $politique_i$, en général, il_i essaie de la faire publier.

• Lectures asymétriques faibles ou fortes.
Dans le cas de (24), on peut en effet soit considérer parmi les fermiers qui possèdent un ou plusieurs ânes, ceux qui battent au moins un de leurs ânes, soit considérer ceux qui battent tous leurs ânes.

5. A savoir

Les formules suivantes ne sont pas équivalentes

(27) a. $\forall x\, F(x) \wedge \forall x\, G(x)$ b. $\forall x\, (F(x) \wedge G(x))$ c. $\forall x\, (F(x)) \wedge G(x)$

(28) a. $\exists x\, F(x) \wedge \exists x\, G(x)$ b. $\exists x\, (F(x) \wedge G(x))$ c. $\exists x\, (F(x)) \wedge G(x)$

(29) a. $\forall x\, \exists y\, F(x, y)$ b. $\exists y\, \forall x\, F(x, y)$

Les formule suivantes sont équivalents

(30) a. $\exists x\, \exists y\, F(x, y)$ b. $\exists y\, \exists x\, F(x, y)$

(31) a. $\forall x\, \forall y\, F(x, y)$ b. $\forall y\, \forall x\, F(x, y)$

La négation et un quantificateur permettent de retomber sur l'autre quantificateur :

(32) a. $\forall x\, F(x) \leftrightarrow \neg\exists x\, \neg F(x)$
b. $\forall x\, \neg F(x) \leftrightarrow \neg\exists x\, F(x)$)
c. $\neg\forall x\, F(x) \leftrightarrow \exists x\, \neg F(x)$

(33) $((\exists x\Psi)\rightarrow\Phi) \leftrightarrow \forall x(\Psi\rightarrow\Phi)]$ ssi Φ ne contient pas d'occurrences libres de x.