

A.3 Logique des prédicats

1. Traduire les phrases suivantes en logique des prédicats, en préservant autant de structure que possible, et en donnant chaque fois la légende.
 - (14) a. Jean est plus beau que Pierre
 b. Charles est beau, mais pas Elsa
 c. Pierre est allé à Toulouse avec Charles sur le vélo neuf de Marie
 d. Si Pierre n'a pas eu la nouvelle par Elsa, il l'a eue par Charles
 e. Jean et Pierre sont de bons amis
 f. Bien que Paul et Virginie s'aiment profondément, ils se rendent l'un l'autre très malheureux
2. Pour chacune de ces formules du calcul des prédicats, indiquez (a) s'il s'agit d'une négation, une conjonction, une disjonction, une implication, une formule universelle ou une formule existentielle; (b) la portée des quantificateurs; (c) les variables libres; (c) s'il s'agit d'une phrase.
 - (i) $(\exists x A(x, y) \wedge B(x))$
 - (ii) $\exists x(A(x, y) \wedge B(x))$
 - (iii) $\exists x \exists y(A(x, y) \rightarrow B(x))$
 - (iv) $\neg \exists x \exists y(A(x, y) \rightarrow B(x))$
 - (v) $\forall x \forall y((A(x, y) \wedge B(y)) \rightarrow \exists w C(x, w))$
3. Traduire les phrases suivantes en logique des prédicats, en préservant autant de structure que possible, et en donnant chaque fois la légende.
 - (15) a. Certains enfants ne sont pas capricieux
 b. Tous les enfants ne sont pas capricieux
 c. Pierre n'a pas trouvé toutes les balles
 d. Tous les enfants ont trouvé des balles
 e. Tous les enfants ont trouvé une balle
 - (16) a. Un homme qui aime les animaux n'est pas mauvais
 b. Tout homme aime qui l'aime
 c. Qui veut noyer son chien l'accuse de la rage
 d. Celui qui veut vraiment quelque chose l'obtient.
 e. Tout le monde admire quelqu'un qui admire tout le monde
 - (17) a. Tout le monde est furieux dès que quelqu'un fait du bruit
 b. Tout le monde a réussi à l'examen, sauf ceux qui ne sont pas venus
 c. Personne n'en veut au monde entier
 d. Tous les enfants sont déçus quand un adulte les trompe
 e. Si tout le monde l'aime, Marie aime tout le monde
 f. Marie aime tous ceux qui l'aiment
 g. Si Jean va à Tahiti et qu'il rencontre quelqu'un, il l'épousera
4. **Présupposition et égalité** Russel proposait de représenter au même niveau le contenu présupposé et le contenu asserté d'une proposition. Par exemple, pour *C'est Marcel qui est coupable* on aurait la formule $\exists x C(x) \wedge C(m)$ (il existe un coupable et Marcel est coupable). De même, pour *Le Roi de France est chauve*, on aurait la formule suivante¹ $\exists x R d F(x) \wedge \forall y (R d F(y) \rightarrow y = x) \wedge C(x)$.
 Proposer une représentation dans le même esprit pour chacun des énoncés suivants.
 - (18) a. Jean aussi est venu
 b. Léa a réussi son ascension
 c. Seul le facteur est passé
 d. Paul s'est fait voler sa voiture

¹La logique avec égalité est nécessaire pour d'exprimer formellement l'unicité.