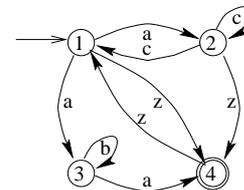


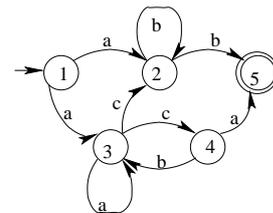
## A.1 Automates : algorithmes

1. Soit  $A = \{a, b, c\}$ . Donner un automate déterministe complet qui reconnaît chacun des langage suivants :
  - (a) L'ensemble des mots de longueur paire.
  - (b) L'ensemble des mots où le nombre d'occurrences de  $b$  est divisible par 3.
  - (c) L'ensemble des mots se terminant par  $b$ .
  - (d) L'ensemble des mots ne se terminant pas par  $b$ .
  - (e) L'ensemble des mots non vides ne se terminant pas par  $b$ .
  - (f) L'ensemble des mots contenant au moins un  $b$ .
  - (g) L'ensemble des mots contenant au plus un  $b$ .
  - (h) L'ensemble des mots contenant exactement un  $b$ .
  - (i) L'ensemble des mots ne contenant aucun  $b$ .
  - (j) L'ensemble des mots contenant au moins un  $a$  et dont la première occurrence de  $a$  n'est pas suivie par un  $c$ .
  - (k) L'ensemble des mots comportant au moins 3 lettres et dont la troisième lettre à partir de la fin est un  $a$  ou un  $c$ .
2. Pour chacun des langages rationnels suivants sur l'alphabet  $\{0, 1\}$ , construire un automate non déterministe le reconnaissant. Déterminer les automates obtenus, soit *de visu*, soit en utilisant l'algorithme de déterminisation.
  - (a) Ensemble des mots dont l'avant-dernière lettre est 0.
  - (b) Ensemble des mots contenant le facteur 001.
  - (c) Ensemble des mots qui débutent et terminent par la même lettre.

3. Déterminer l'automate suivant. On donnera la table de transition ainsi que la représentation graphique, en précisant les classes qui forment les nouveaux états. Trouver une expression rationnelle caractérisant ce langage [*difficile*].



4. Déterminer l'automate suivant (on demande juste un automate déterministe reconnaissant le même langage) : « Vérifier » que l'automate déterminisé reconnaît le même langage en testant 3 mots appartenant au langage.



5. Proposer un automate minimal (en nombre d'états) qui reconnaisse le langage décrit par l'expression rationnelle  $a^*(c(ab|ba^*)|cab|cb)$ . On déduira de l'automate une expression rationnelle plus simple. On ne demande pas nécessairement d'appliquer les algorithmes vus en cours.
6. Dans les automates proposés aux exercices 4 et 3, remplacer le symbole  $z$  ou  $c$  par une transition vide ( $\varepsilon$ -transition), et déterminer l'automate ainsi obtenu.
7. Proposer un automate et une expression rationnelle pour le langage de tous les mots de  $\{a, b, c\}^*$  dont  $cac$  est un sous-mot<sup>1</sup>.
8. Soit l'alphabet  $X = \{a, b, c\}$ . Proposer un automate fini déterministe qui reconnaît le langage  $L_2 = \{u \in X^* / \nexists v, w \in X^* \text{ t.q. } u = vbacaw\}$ .

<sup>1</sup>Un *sous-mot* de  $u$  est une sous-suite de lettres — non nécessairement contiguë — de  $u$ . À distinguer d'un *facteur*. Exemple : *pis* est un sous-mot de *produits*.