3. Pour chacune de ces formules du calcul des prédicats, indiquez (a) s'il s'agit d'une négation, une conjonction, une disjonction, une implication, une formule universelle ou une formule existentielle ; (b) la portée des quantificateurs ; (c) les variables libres ; (c) s'il s'agit d'une phrase.
   (i) $(\exists x A(x,y) \wedge B(x))$
   (ii) $\exists x(A(x,y) \wedge B(x))$
   (iii) $\exists x \exists y(A(x,y) \rightarrow B(x))$
   (iv) $\neg \exists x \exists y(A(x,y) \rightarrow B(x))$
   (v) $\forall x \forall y((A(x,y) \wedge B(y)) \rightarrow \exists w C(x,w))$
4. **Présupposition et égalité** Russel proposait de représenter au même niveau le contenu présupposé et le contenu asserté d'une proposition. Par exemple, pour *C'est Marcel qui est coupable* on aurait la formule $\exists x\, C(x) \wedge C(m)$ (il existe un coupable et Marcel est coupable). De même, pour *Le Roi de France est chauve*, on aurait la formule suivante[1] $\exists x\, RdF(x) \wedge \forall y\,(RdF(y) \rightarrow y = x) \wedge C(x)$.
   Proposer une représentation dans le même esprit pour chacun des énoncés suivants.
   (8) a. Jean aussi est venu
   b. Léa a réussi son ascension
   c. Seul le facteur est passé
   d. Paul s'est fait voler sa voiture
5. **Donkey sentences** Les phrases suivantes se caractérisent par le fait que l'indéfini, sous la portée d'une quantification universelle, s'interprète de façon universelle. Cette situation n'est pas surprenante si on connaît l'équivalence entre $\forall x(\varphi \rightarrow \psi)$ et $(\exists x \varphi \rightarrow \psi)$ (si ψ ne contient pas d'occurrence libre de x). Sur la base de cette équivalence, proposez pour chaque phrase deux traduction en logique des prédicats équivalentes.
   (9) a. Paul se fâche dès que quelqu'un fait du bruit
   b. Tout le monde se fâche si quelqu'un fait du bruit
   c. Tous les touristes qui visitent Paris sont riches
   d. Tous les touristes qui visitent Paris l'aiment
   e. Tous les touristes qui visitent une ville sont riches
   f. Tous les touristes qui visitent une ville l'aiment
   g. Si un fermier possède un âne, il le bat
   h. Tout le monde est marqué par un amour déçu
6. **Modèles** Soit $M = \langle U, I \rangle$ le modèle suivant : $U = \{\text{Alain}, \text{Béatrice}, \text{Christine}, \text{David}\}$.
   $I(a) =$ Alain ; $I(b) =$ Béatrice ; $I(c) =$ Christine ; $I(d) =$ David
   $I(H) = \{$Alain, David$\}$; $I(F) = \{$Christine, Béatrice$\}$
   $I(A) = \{\langle \text{Alain}, \text{Christine}\rangle, \langle \text{David}, \text{Béatrice}\rangle, \langle \text{Alain}, \text{David}\rangle\}$
   $I(D) = \{\langle \text{Christine}, \text{David}\rangle, \langle \text{Alain}, \text{Béatrice}\rangle, \langle \text{David}, \text{Béatrice}\rangle, \langle \text{Christine}, \text{Alain}\rangle\}$
   a. Évaluez la valeur de vérité des formules suivantes dans ce modèle :
   a. $D(d,b)$
   b. $H(d) \wedge D(c,d)$
   c. $D(d,b) \rightarrow F(a)$
   d. $H(c) \wedge (H(a) \rightarrow D(a,c))$

   b. Construisez le modèle $M' = \langle D, I' \rangle$, tel que (i) M' a le même domaine d'individus que M, (ii) I' associe la même dénotation que I aux constantes d'individus, et (iii) les formules suivantes sont vraies dans M' :
   a. $H(c) \wedge H(a)$
   b. $\forall x\,(H(x) \rightarrow A(x,c))$
   c. $A(a,c) \rightarrow D(c,a)$
   d. $\exists x \exists y\,((H(x) \wedge F(y) \wedge A(x,y)) \vee$ $(H(x) \wedge F(y) \wedge A(y,x)))$
7. **Syllogisme**
   (a) Traduire les phrases suivantes en logique des prédicats
   (10) a. Tout ce que Jean n'a pas perdu, il l'a
   b. Jean n'a pas perdu un million de francs
   c. Jean a un million de francs
   (b) Analyser le syllogisme qui consiste à déduire de la conjonction de (10a) et de (10b) la conclusion (10c). Expliquer où se situe l'erreur de raisonnement.

[1] La logique avec égalité est nécessaire pour d'exprimer formellement l'unicité.