A.2 Automates : fermeture et théorème de Kleene

1. Proposer un automate qui reconnaît $L_1 \cap L_2$, où L_i est le langage reconnu par $\mathcal{A}_i$.

$\mathcal{A}_1$	a	b	c
$\rightarrow$ 1	2		4
2		3	
3	2		4
$\leftarrow$ 4	2	4	

$\mathcal{A}_2$	a	b	c
$\rightarrow$ A	A	B	D
B		C	B
C	A		D
$\leftarrow$ D	C		

2. Soit le langage $\{ab, babb, acbbb, bcab, ac\}$. Proposez un automate déterministe simple pour ce langage, puis tentez de le minimiser "à la main". Pour vérifier le résultat obtenu, partez de la version non déterministe de l'automate, que vous déterminiserez puis minimiserez en appliquant les algorithmes. (Exercice un peu long.)
3. Minimiser l'automate dont la table de transition est la suivante ($X = \{a, b\}$; les états sont désignés par des lettres majuscules) :

δ	A	B	C	D	E	F	G	H
a	B	G	A	C	H	C	G	G
b	F	C	C	G	F	G	E	C

4. Construire l'automate généralisé correspondant à la table

	0	1
$\rightarrow$ A	B	A
$\leftarrow$ B	B	A

5. Proposer une expression rationnelle qui décrive le langage reconnu par l'automate proposé à l'exercice 3 page précédente. Même question avec celui de la question 1.
6. Donner un automate qui reconnaît le langage décrit par les expressions rationnelles suivantes, en appliquant la méthode vue en cours. Pour le troisième automate, on donnera aussi (sans nécessairement appliquer l'algorithme de suppression des ε-transitions) un automate le plus simple possible sans ε-transition.
   – (a|c)(b|ε)d*
   – (ab|ba)*
   – (a|b)(a|b)*
7. Soit l'expression rationnelle $(aa|b)^*(ca^*|ba^*b)$.
   (a) Proposer un automate qui reconnaît le langage décrit par cette expression.
   (b) À partir de l'automate, proposer une grammaire régulière engendrant le même langage.
   (c) Donner un arbre syntaxique avec la grammaire précédente pour le mot $aabaab$.
8. Soit l'alphabet $X = \{a, b, c, d, e\}$. Proposer une grammaire régulière qui engendre tous les mots de X^* qui se terminent par ade. On pourra se faciliter la tâche en passant par des étapes intermédiaires (automates...).
9. Soit l'expression rationnelle $(a|bc)^*z(z|ba|ca^*)$.
   (a) Proposer un automate reconnaissant le même langage, en appliquant l'algorithme vu en cours
   (b) Éliminer les ε-transitions
   (c) Déterminiser l'automate résultant
   (d) Minimiser l'automate résultant