

A.1 Compositionnalité, λ -calcul

1. Comment caractériser la contribution (compositionnelle) de *tout* dans les phrases suivantes ?

- (11) a. Tout homme est mortel
 b. J'aime tout
 c. Tout vient à point à qui sait attendre
 d. C'est pas l'tout, faut qu'j'm'en aille

2. **Syntaxe des lambda-termes** Donnez l'arbre de décomposition syntaxique de

- (12) a. $\lambda f.\lambda g.\lambda x.(f)(g)x$
 b. $\lambda f.\lambda g.\lambda x.((f)g)x$
 c. $\lambda f.(\lambda g).\lambda x.((f)g)x$
 d. aab , à comparer avec $(a)(a)b$
 e. $(M)ab$, à comparer avec Mab

3. **Convention de notation** Donnez les formes entièrement parenthésées des termes suivants.

- (13) a. $\lambda xz.xyz$
 b. $\lambda x\lambda yx$
 c. $(\lambda x\lambda yfxy)xy$

4. **β -réduction** Réduire autant que possible les termes suivants

- (14) a. $(\lambda x.\lambda y.xyy)\lambda y.\lambda a.y$
 b. $(\lambda x\lambda yfxy)xy$

5. **Combinateurs booléens** Définir avec les conventions vues en cours (opérateurs T et F) les opérateurs booléens \wedge et \vee .

6. **Langage typé** Vérifier que $((\text{aimer})x)j$ est de type t .

7. Réduire autant que possible les expressions suivantes :

- (15) a. $\lambda x [P(x)](m)$
 b. $\lambda x[\forall z (\lambda y [K(x, y)](z) \rightarrow R(z, x))](j)$
 c. $[\lambda x [\lambda Y [Y(x)]](j)](P)$

En fixant une interprétation des prédicats K , R et P , et des constantes m et j , proposez pour chacune de ces formules une phrase en français ayant les mêmes conditions de vérité.

8. Soit j une constante de type e , M une constante de type $\langle e, t \rangle$, A une constante de type $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$. Quel est le type des variables x , y et Y pour que les expressions suivantes soient bien formées ? Réduire autant que possible ces expressions.

- (16) a. $(\lambda x.(M)x)j$
 b. $(\lambda Y.(Y)j)M$
 c. $\lambda x\lambda Y.(Y)xjM$