1. (a) $S \longrightarrow aSB \mid b \,;B \longrightarrow b$

   (b) $S \longrightarrow aX \,;X \longrightarrow aXB \mid b \,;B \longrightarrow b$

   (c) $S_0 \longrightarrow SX \,;S \longrightarrow aSS \mid b \,;\; X \longrightarrow cX \mid d$
   ou bien : $S_0 \longrightarrow aSSX \mid S_0 \longrightarrow bX \,;S \longrightarrow aSS \mid b \,;\; X \longrightarrow cX \mid d$

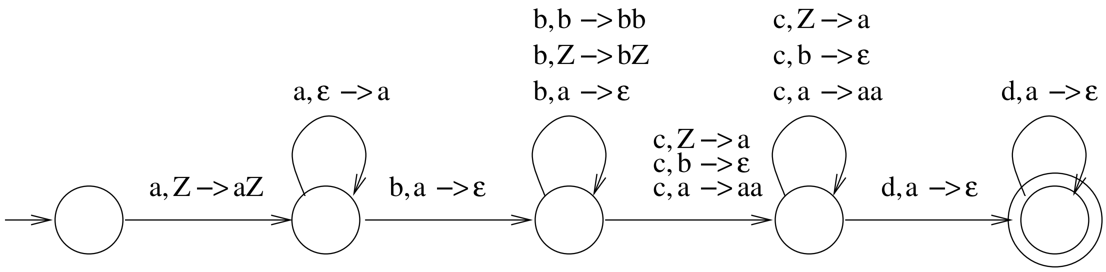
   (d) Soient L_1 et L_2 deux langages simples, engendrés par deux grammaires G_1 et G_2 simples. Soient S_1 et S_2 les axiomes respectifs de ces deux grammaires. Soient $S_1 \to u_1 \mid u_2 \ldots u_k$ l'ensemble des règles d'origine S_1 dans G_1. Alors le langage L_1L_2 est engendré par une grammaire G, d'axiome S, comprenant les règles $S \to u_1S_2 \mid u_2S_2 \ldots u_kS_2$, ainsi que les règles de G_1 et de G_2.

   Toutes les règles qui proviennent des grammaires d'origine sont simples par hypothèse, et les nouvelles règles d'origine S sont simples car la concaténation d'un non terminal à droite d'un mot de XV^* est un mot de XV^*, et les préfixes ne sont pas modifiés. La grammaire proposée est donc simple.

   Il reste à démontrer que la grammaire ainsi définie engendre bien le langage L_1L_2, ce qui ne pose pas de difficulté.

   (e) Etant donnée la définition stricte donnée des grammaires simples, aucun langage comprenant ε n'est simple.

2. Idée : on empile les a rencontrés, puis on les dépile en rencontrant les b. Si on arrive au fond, on empile des b (qui représentent en quelque sorte un manque de a). Les c sont comptés comme des a (augmentent le nb de a ou diminuent le nb de b), et enfin, les d doivent trouver des a dans la pile (en nombre égal). La version qui autorise n, p, q, et r à être nulls est un peu plus simple à écrire, avec des transitions ε.



3. Méthode possible : on crée l'automate (non déterministe) qui reconnaît le langage des mots qui comprennent le motif en jeu $(a|b|c)^*ba^*cb(a|b|c)^*$. Puis on le déterminise, on le complète (ici il a des chances d'être déjà complet en sortie de la déterminisation), et on prend son complément. (Il n'était pas demandé de le minimiser.)

   Par exemple (résultat final) :

	a	b	c
$\leftrightarrow$ 1	1	1,2	1
$\leftarrow$ 1,2	1	1,2	1,3
$\leftarrow$ 1,3	1	1,2,4	1
1,2,4	1,2,4	1,2,4	1,3,4
1,3,4	1,4	1,2,4	1,4
1,4	1,4	1,2,4	1,4