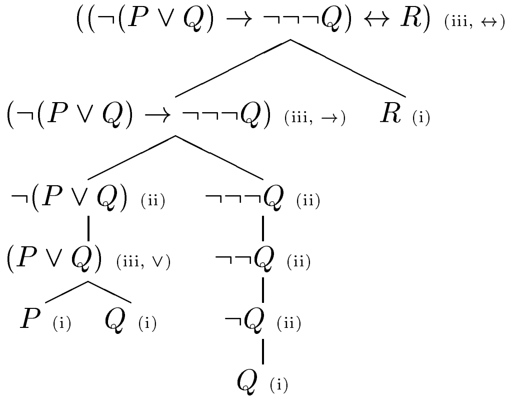
Un langage se définit au moyen (1) d'un alphabet (c'est-à-dire d'un ensemble de symboles), (2) d'une syntaxe, qui détermine la façon d'organiser les symboles pour former des expressions (bien formées), et (3) d'une sémantique, qui fixe la signification des symboles élémentaires et une méthode de calcul pour la composition des significations.

Syntaxe de L_p Le vocabulaire de L_p est constitué (i) d'un ensemble de *symboles de proposition* P, Q, R..., (ii) du connecteur unaire $\neg$, (iii) des connecteurs binaires $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, et (iv) des parenthèses (et).

Les **formules bien formées** du langage L_p sont données par :

(i). Tous les symboles de propositions sont des formules de L_p.
(ii). Si φ est une formule de L_p, alors $\neg\varphi$ est une formule de L_p.
(iii). Si φ et ψ sont des formules de L_p, alors $(\varphi \wedge \psi)$, $(\varphi \vee \psi)$, $(\varphi \rightarrow \psi)$, et $(\varphi \leftrightarrow \psi)$ sont des formules de L_p.
(iv). Rien d'autre n'est une formule (Seules sont des formules des expressions qui peuvent être générées par les règles 1, 2 et 3 en un nombre fini d'étapes).

Arbre de construction : exemple



Exercice 1

Parmi les expressions suivantes, lesquelles sont des formules bien formées de L_p ?

(1)	$\neg(\neg P \vee Q)$	(5)	$(P \rightarrow ((P \rightarrow Q)))$	(9)	$(P \vee (Q \vee R))$
(2)	$P \vee (Q)$	(6)	$((P \rightarrow P) \rightarrow (Q \rightarrow Q))$	(10)	$-P \vee Q \vee R$
(3)	$\neg(Q)$	(7)	$((P_{28} \rightarrow P_3) \rightarrow P_4)$	(11)	$(\neg P \vee \neg\neg P)$
(4)	$(P_2 \rightarrow (P_2 \rightarrow (P_2 \rightarrow P_2)))$	(8)	$(P \rightarrow (P \rightarrow Q) \rightarrow Q)$	(12)	$(P \vee P)$

Tables de vérité

φ	$\neg\varphi$
0	1
1	0

φ	ψ	$\varphi \wedge \psi$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

φ	ψ	$\varphi \vee \psi$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

φ	ψ	$\varphi \rightarrow \psi$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

φ	ψ	$\varphi \leftrightarrow \psi$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Exercice 2 Traduire, aussi précisément que possible, les phrases suivantes en logique propositionnelle. Indiquer à quelle phrase correspond chaque variable propositionnelle.

(1) Ce moteur n'est pas bruyant, mais il consomme beaucoup
(2) Il n'est pas vrai que Pierre viendra si Marie ou Jean vient
(3) Jean n'est pas seulement stupide, mais il est aussi méchant
(4) Je vais à la plage ou au cinéma à pied ou en voiture
(5) Jean ne viendra que si Paul ne vient pas
(6) Si tu ne m'aides pas quand j'ai besoin de toi,
je ne t'aiderai pas quand tu auras besoin de moi