

1. (a) L'automate donné est déterministe, mais il contient des états inutiles. Or, l'algorithme de détermination, tel que nous l'avons vu, part de l'état initial et ne considère que les états atteints par au moins une transition. Ici, donc, son application donne un automate débarrassé de ses états inutiles :

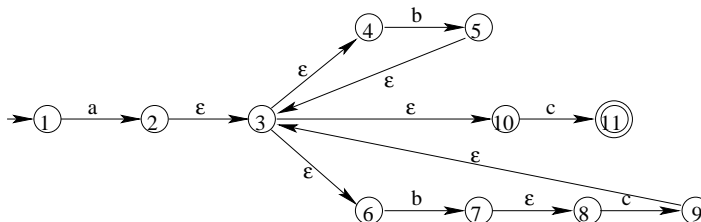
$\delta'$	a	b	c
$\rightarrow 1$	3	5	7
3	3	5	7
5	3	5	7
$\leftarrow 7$	0	0	0

- (b) Minimisation : les classes que l'on forme avec le principe « de base » de l'algorithme sont :  $\{1, 3, 5\}$  et  $\{7\}$ . L'application de la récurrence ne permet pas de distinguer les 3 états de la première classe, qui sont donc équivalents :

$\delta''$	a	b	c
$\rightarrow A (\{1, 3, 5\})$	A	A	B
$\leftarrow B (\{7\})$	0	0	0

$\neg \exists x \in X \text{ t.q. } \exists q, r \in \{1, 3, 5\} \text{ t.q. } \delta(q, x) \neq \delta(r, x)$ .

2. La traduction de l'expression  $a(b|bc)^*c$  avec l'algorithme donne l'automate suivant :



L'élimination des  $\epsilon$ -transitions, en s'appuyant sur l'ensemble  $\epsilon^+$  suivant :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\epsilon^+$	$\emptyset$	3,4,6,10	4,6,10	$\emptyset$	3,4,6,10	$\emptyset$	8	$\emptyset$	3,4,6,10	$\emptyset$	$\emptyset$

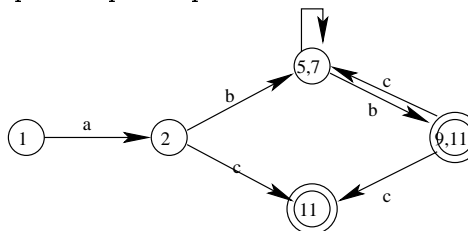
donne l'automate (non déterministe)...

	a	b	c
1	2		
2		5,7	11
3		5,7	11
4		5	
5		5,7	11
6		7	
7			9
8			9
9		5,7	11
10			11
11			

... que l'on peut déterminer :

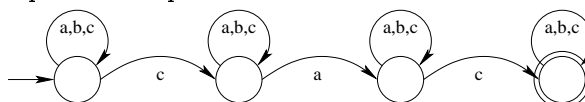
	a	b	c
$\rightarrow 1$	2		
2		{5,7}	11
{5,7}		{5,7}	{9,11}
$\leftarrow 11$			
$\leftarrow \{9,11\}$		{5,7}	11

que l'on peut représenter :



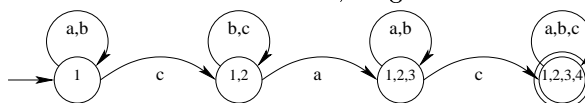
L'algorithme de minimisation donne autant de classes qu'il y a d'états dans cet automate, il est donc **minimal**.

3. Le plus facile est d'envisager un automate non déterministe, construit autour du chemin  $cac$ . À chaque état, n'importe quelle lettre peut s'intercaler. Cela donne :



L'expression rationnelle correspondant est :  $(a|b|c)^*c(a|b|c)^*a(a|b|c)^*c(a|b|c)^*$ .

On peut très facilement déterminer cet automate, l'algorithme donne :



Ce qui inspire l'expression rationnelle :  $(a|b)^*c(b|c)^*a(a|b)^*c(a|b|c)^*$ .