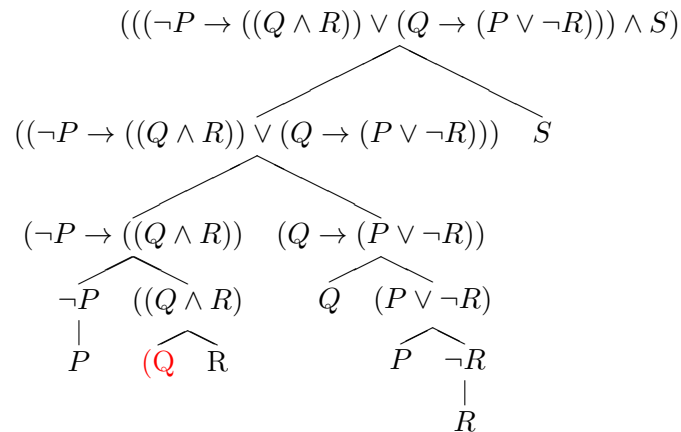


Exercice 3

L'expression $((\neg P \rightarrow ((Q \wedge R)) \vee (Q \rightarrow (P \vee \neg R))) \wedge S)$ est-elle une formule bien formée de la logique des propositions? Justifiez votre réponse avec un arbre de décomposition.

..... Corrigé

Cette expression n'est pas une formule bien formée. En effet, elle contient l'expression en rouge dans l'arbre ci-dessous, qui n'est pas une formule bien formée.

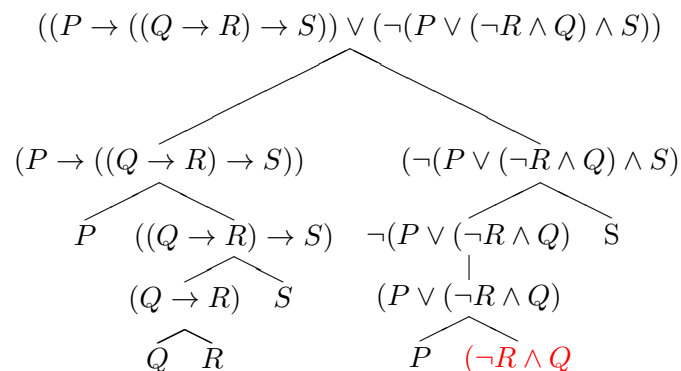


Exercice 4

L'expression $((P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow S)) \vee (\neg(P \vee (\neg R \wedge Q) \wedge S)))$ est-elle une formule bien formée de la logique des propositions? Justifiez votre réponse avec un arbre de décomposition.

..... Corrigé

Cette expression n'est pas une formule bien formée. En effet, elle contient l'expression en rouge dans l'arbre ci-dessous, qui n'est pas une formule bien formée.

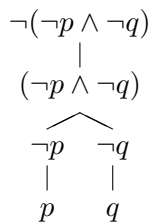


Exercice 5

Considérer la formule (1). Représenter son arbre de décomposition. Au vu de cet arbre, quels sont les différents ordres possibles de calcul des colonnes de la table composite ?

$$(1) \quad \neg(\neg p \wedge \neg q)$$

..... Corrigé



Beaucoup d'ordres possibles pour les 4 colonnes p , q , $\neg p$, $\neg q$, avec la seule contrainte que p soit déterminé avant $\neg p$, et q avant $\neg q$. Pour le reste, la dernière colonne calculée est la racine de l'arbre.

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg(\neg p \wedge \neg q)$
0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1
1	1	0	0	0	1

Exercice 6

Pour les deux phrases suivantes, proposer une phrase contradictoire, et une phrase contraire (non contradictoire).

- (2) a. Max est en retard et Marie est en avance
 b. Max est en retard ou Marie est en avance

..... Corrigé

(1a) Max est en retard et Marie est en avance

Contradictoire Il n'y a qu'une proposition contradictoire possible (qui peut s'exprimer de plusieurs façons)

- (3) a. Il est faux que Max est en retard et Marie en avance
 b. = Max n'est pas en retard ou Marie n'est pas en avance

Contraire De nombreuses possibilités, formées soit en utilisant les même propositions (et leur négation) soit en utilisant d'autres propositions incompatibles.¹

- (4) a. Max n'est pas en retard et Marie n'est pas en avance
 b. $\neq$ Max est en retard et Marie n'est pas en avance
 c. $\neq$ Max est à l'heure
 d. $\neq$ Max et Marie sont à l'heure
 e. ...

(1b) Max est en retard ou Marie est en avance

Contradictoire Une seule proposition contradictoire (exprimée de plusieurs façons)

- (5) a. Il est faux que Max est en retard ou Marie en avance
 b. = Max n'est pas en retard et Marie n'est pas en avance
 c. = Max n'est pas en retard, ni Marie en avance

Contraire De nouveau plusieurs possibilités (et certaines sont aussi contraires à (1a))

- (6) a. Max est à l'heure et Marie est à l'heure
 b. $\neq$ Max est en retard et il n'est pas en retard²
 c. $\neq$ Max est en avance et Marie est en retard
 d. $\neq$ Max et Marie sont à l'heure
 e. ...

Exercice 7

1. Proposer une phrase contraire à la phrase (7).
2. Proposer une phrase contradictoire à la phrase (7), si possible naturelle.
3. Après avoir traduit la phrase (7) en logique des propositions, justifiez vos propositions grâce à une table de vérité.

(7) Ce paresseux de Jean dort encore.

1. On admettra que *ne pas être en retard* n'est pas équivalent à *être en avance* : on peut aussi *être à l'heure*.
 2. Cette proposition est toujours fausse, donc en particulier elle ne peut pas être vraie quand (1b) l'est...

..... Corrigé

1. **Contradictoire** : Il n'y a qu'une proposition contradictoire possible (qui peut s'exprimer de plusieurs façons)

- (8) a. Il est faux de dire que ce paresseux de Jean dort encore.
b. = Jean n'est pas paresseux ou ne dort plus.

2. **Contraire** : Il y a de nombreuses possibilités, formées soit en utilisant les mêmes propositions (et leur négation) soit en utilisant d'autres propositions incompatibles.

- (9) a. Jean n'est pas paresseux et il ne dort plus.
b. $\neq$ Jean est paresseux et il ne dort plus.
c. $\neq$ Jean est travailleur.
d. $\neq$ Jean est travailleur et il est réveillé.
e. ...

3. **Table de vérité** : La phrase (7) peut être traduite ainsi : $(P \wedge J)$, avec P = Jean est paresseux et J = Jean dort encore. La phrase (8-b) se traduit alors $(\neg P \vee \neg J)$. La phrase (9-a) peut se traduire $(\neg P \wedge \neg J)$. La table de vérité suivante permet de vérifier que les valeurs de vérité de (7) et de (8-b) sont opposées dans tous les cas, et que les colonnes des formules (7) et de (9-a) montrent que ces formules ne sont jamais vraies en même temps, mais peuvent être fausses en même temps.

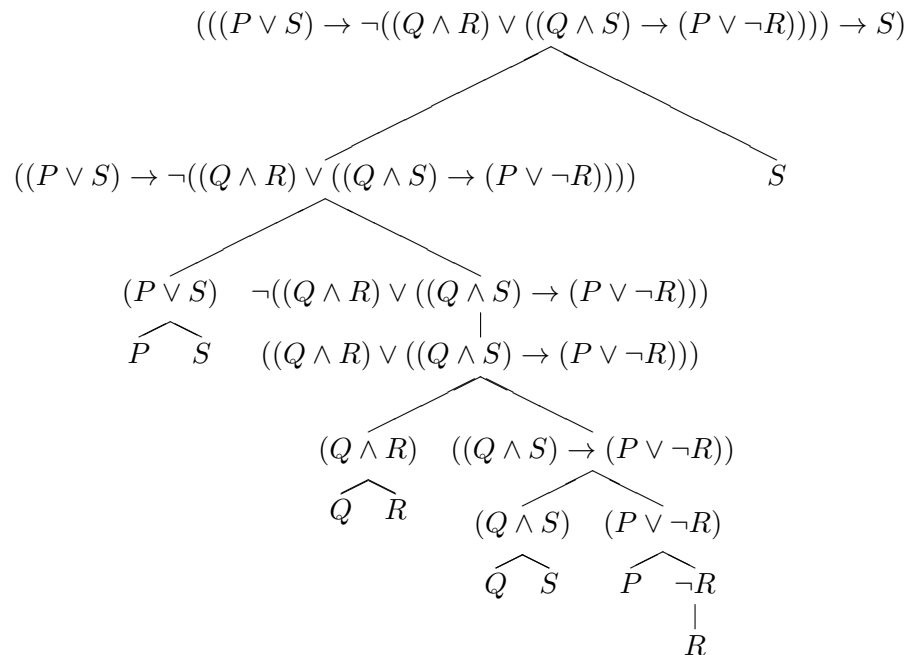
P	J	$(P \wedge J)$??	$(\neg P \vee \neg J)$??	$(\neg P \wedge \neg J)$??
0	0	0	1	1
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	1	0	0

Exercice 8

L'expression $((P \vee S) \rightarrow \neg((Q \wedge R) \vee ((Q \wedge S) \rightarrow (P \vee \neg R)))) \rightarrow S$ est-elle une formule bien formée de la logique des propositions ? Justifiez votre réponse avec un arbre de décomposition.

..... Corrigé

Cette expression est une formule bien formée, comme indiqué dans l'arbre ci-dessous



Exercice 9

L'expression $(\neg R \rightarrow ((P \wedge Q) \vee (\neg((P \wedge R) \wedge \neg P) \rightarrow (\neg P \vee \neg R))))$ est-elle une formule bien formée de la logique des propositions? Justifiez votre réponse avec un arbre de décomposition.

..... Corrigé

Cette expression est une formule bien formée, comme l'indique l'arbre ci-dessous.

