Produit par un réel (scalaire)	$\mathbb{R}^k \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^k$
Produit scalaire	$\mathbb{R}^k \times \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}$
Produit vectoriel	$\mathbb{R}^k \times \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}^k$

Déf. 24 (Produit par un réel)

Soit $\vec{u}$ un vecteur et k un réel non nul.
On définit le vecteur $k\vec{u}$ de la manière suivante :

— les vecteurs $\vec{u}$ et $k\vec{u}$ ont la même direction ;
— les vecteurs $\vec{u}$ et $k\vec{u}$ ont le même sens si $k > 0$, des sens opposés si $k < 0$;
— $||k\vec{u}|| = k||\vec{u}||$

Si $k = 0$, alors $k\vec{u} = \vec{0}$

Déf. 25 (Produit scalaire)

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs d'un espace vectoriel E, alors le produit scalaire de $\vec{u}$ par $\vec{v}$ est un scalaire (c'est-à-dire un élément de $\mathbb{R}$) :
$\vec{u} \cdot \vec{v} = ||\vec{u}|| \times ||\vec{v}|| \times \cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$

Déf. 26 (Produit vectoriel)

• Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs d'un espace vectoriel à trois dimensions, **non colinéaires**, alors le produit vectoriel de $\vec{u}$ et $\vec{v}$, noté $\vec{u} \wedge \vec{v}$, est l'unique vecteur $\vec{w}$ tq :

— $\vec{w}$ est orthogonal aux deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$
— $\|\vec{w}\| = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\| \left|\sin(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})\right|$
— la base $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ est de sens direct,

• le produit vectoriel de deux vecteurs colinéaires est nul par définition.

Déf. 27 (Matrice (m, n))

Une matrice à m lignes et n colonnes est un tableau de $m \times n$ nombres, rangés ligne par ligne. Il y a m lignes comprenant chacune n nombres.
On dit que la matrice est de dimension ou taille (m, n), et en notant a_{ij} le coefficient placé à la i^e ligne et à la j^e colonne, on note la matrice $A = (a_{ij})$ (i varie de 1 à m, j varie de 1 à n).

Déf. 28 (Transposée)

On appelle transposée d'une matrice A de type (m, n) et de terme général a_{ij} la matrice notée ${}^tA$ obtenue en échangeant les lignes et les colonnes de même indice i de A :

$$A = (a_{ij}) \Longleftrightarrow {}^tA = {}^t(a_{ij}) = (a_{ji})$$

Remarque : par définition, ${}^t({}^tA) = A$.

Déf. 29 (Addition)

On peut définir l'addition de matrices **de même taille** comme la matrice dont chaque coefficient (i, j) est la somme des coefficients (i, j) de chacune des deux matrices :
$(a_{i,j}) + (b_{i,j}) = (c_{i,j}),\ \text{avec } c_{i,j} = a_{i,j} + b_{i,j}$

Déf. 30 (Multiplication par un scalaire)

Etant donnée une matrice A et un réel λ, la matrice λA est telle que tous ses coefficients sont les coefficients de A multipliés par λ.

Déf. 31 (Produit matriciel)

Si $A = (a_{ij})$ est une matrice de type (m, n) et $B = (b_{ij})$ est une matrice de type (n, p), alors leur produit, noté $AB = (c_{ij})$ est une matrice de type (m, p) donnée par :

$$\forall i, j : c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + \cdots + a_{in} b_{nj}$$

Produit par un réel (scalaire)	$\mathbb{R}^k \times \mathbb{R}$	$\to \mathbb{R}^k$
Produit scalaire	$\mathbb{R}^k \times \mathbb{R}^k$	$\to \mathbb{R}$
Produit vectoriel	$\mathbb{R}^k \times \mathbb{R}^k$	$\to \mathbb{R}^k$
Produit matriciel	$(\mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^n) \times (\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p)$	$\to (\mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^p)$