

Exercice 1

Proposez une transcription en logique propositionnelle des phrases suivantes. Précisez à chaque fois ce que vous faites correspondre à chaque lettre de proposition.

- (i) Jean est venu, mais il avait dix minutes de retard.
- (ii) Jean aime Marie mais pas Anne.
- (iii) Jean n'est pas seulement stupide, il est aussi méchant.
- (iv) Jean veut un fromage et un dessert, mais il n'aura ni l'un ni l'autre.
- (v) Si Jean a de l'esprit, en revanche il n'a pas de coeur.
- (vi) Je vais à l'école, soit à vélo soit à pied.
- (vii) Jean est parti sans prévenir Marie.
- (viii) En cas de mauvais temps, ou si trop de participants sont malades, la soirée sera annulée.
- (ix) Quand on n'est plus en été, alors il fait froid et humide, si c'est le soir ou la nuit.
- (x) Personne ne rit ni n'applaudit.
- (xi) Charles viendra avec Marie.
- (xii) Charles et Elsa sont frère et soeur ou cousin et cousine.
- (xiii) Si Pierre vient, je ne le recevrai pas.
- (xiv) Jean vient seulement si Pierre ne vient pas.
- (xv) Si tu as froid, il y a une couverture dans le placard.
- (xvi) Jean n'est pas chez lui, à moins qu'il ne réponde pas au téléphone.
- (xvii) Nous partirons, à moins qu'il pleuve.
- (xviii) Si tu ne m'aides pas quand j'ai besoin de toi, je ne t'aiderais pas quand tu auras besoin de moi.
- (xix) Pour que la fête soit réussie, il faut qu'il y ait de la bonne musique.
- (xx) Il suffit qu'il y ait de la bonne musique pour que la fête soit réussie.

Exercice 2

- Donner un exemple de tautologie, de contradiction, et de formule satisfaisable.
- Parmi les formules suivantes, lesquelles sont bien formées ?

- $\neg P \vee Q$
- $(P \rightarrow (P \rightarrow (P \rightarrow P)))$
- $((P \rightarrow P) \rightarrow (Q \rightarrow Q))$
- $(P \rightarrow (P \rightarrow Q) \rightarrow Q)$
- $(P \vee (Q \vee R))$
- $P \vee Q \vee R$
- $P \vee Q \wedge R$
- $(\neg P \vee \neg \neg P)$

Exercice 3

Parmi les discours suivants, lesquels sont des raisonnements corrects ?

- (a) Si Pierre a menti, alors Jean est coupable. Or Jean n'est pas coupable. Donc Pierre n'a pas menti.
- (b) Si Pierre a menti, alors Jean est coupable. Or Pierre n'a pas menti. Donc Jean n'est pas coupable.
- (c) Si Pierre se présente, alors Jean démissionne. Si Jean démissionne, alors Albert se présente. Si Albert se présente, il sera élu. Si Albert est élu, Pierre n'est pas élu. Si Pierre ne se présente pas, il n'est pas élu. Donc Pierre n'est pas élu.
- (d) Si Horace aime Juliette, elle l'épousera. Si Horace n'aime pas Juliette, elle épousera Gandalf. Or Juliette n'épousera pas Horace, donc elle épousera Gandalf.
- (e) Si Horace aime Juliette, elle l'épousera. Si Horace n'aime pas Juliette, elle épousera Gandalf. Or Juliette épousera Gandalf, donc elle n'épousera pas Horace.

Exercice 4

Donner la plus simple traduction possible en langue naturelle de la formule suivante, sachant que P signifie "Jean doit démissionner" et Q "Marie a menti".

$$(1) \neg Q \rightarrow P \qquad (2) P \rightarrow \neg Q$$

Exercice 5

a) Calculer les valeurs de vérité des formules suivantes :

$$(i) (P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow P)$$

$$(ii) ((P \rightarrow Q) \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow (Q \rightarrow R))$$

b) A quelles conditions les formules suivantes sont-elles vraies ? Justifiez votre réponse par une table de vérité.

$$(iii) \neg (P \leftrightarrow \neg Q) \rightarrow (P \leftrightarrow Q)$$

$$(iv) (P \wedge \neg Q) \rightarrow \neg(P \rightarrow Q)$$

Exercice 6

a) Représenter en logique propositionnelle les énoncés suivants :

1. Jean s'ennuyait et est donc venu.
2. Jean est venu parce qu'il s'ennuyait.
3. Jean est venu puisqu'il s'ennuyait.

b) Comparer le sens de « et », « parce que » et « puisque », et préciser notamment si ces conjonctions sont des connecteurs vérifonctionnels ou non, et si elles induisent les mêmes implications, les mêmes implicatures et les mêmes présuppositions.

Exercice 7

Proposez une transcription en logique propositionnelle des phrases suivantes. Précisez à chaque fois ce que vous faites correspondre à chaque lettre de proposition, et quelles implicatures, s'il y en a, échappent à la formalisation.

1. Jean ne te pardonnera pas, à moins d'excuses publiques.
2. Pour autant que j'en puisse juger, ce vin est bon.
3. Selon qu'il pleut ou non, les puéricultrices sortent les enfants au parc.
4. Contrairement aux prévisions, ni le candidat de droite, ni le candidat de gauche n'ont été élus.
5. Pour peu qu'on encourage un enfant timide, il devient intrépide.
6. La maîtrise, acquise de préférence avec la mention " Bien ", est requise pour l'inscription en DEA.
7. A moins d'être fou, il n'est pas possible de raisonner ainsi.
8. Jean ne mange que des sucreries.
9. Bien que les résultats ne soient pas encore publiés, Jean est certain d'être reçu.
10. Jean a décidé de partir même si ses parents s'y opposent.
11. Pour être sûr de ne pas manquer son train, Jean part toujours très à l'avance.
12. Jean s'est trompé, tout comme moi, quoi qu'il en dise.
13. Jean allait souvent boulevard Diderot, où habitait son père.
14. Jean n'a pas cessé de boire, malgré les conseils des médecins.

Exercice 8

Donner une représentation en logique propositionnelle des énoncés suivants, préciser si le connecteur linguistique est un connecteur vérifonctionnel ou non.

1. Pas un bruit ou je tire.
2. Je ne tire pas, mais vous vous taisez.