

1. Pour chacune de ces formules du calcul des prédicats, indiquez (a) s'il s'agit d'une négation, une conjonction, une disjonction, une implication, une formule universelle ou une formule existentielle; (b) la portée des quantificateurs; (c) les variables libres; (c) s'il s'agit d'une phrase.
 - (i) $(\exists x A(x, y) \wedge B(x))$
 - (ii) $\exists x(A(x, y) \wedge B(x))$
 - (iii) $\exists x \exists y(A(x, y) \rightarrow B(x))$
 - (iv) $\neg \exists x \exists y(A(x, y) \rightarrow B(x))$
 - (v) $\forall x \forall y((A(x, y) \wedge B(y)) \rightarrow \exists w C(x, w))$
2. Les phrases suivantes sont ambiguës. Expliquer l'ambiguïté, et proposer, *quand c'est possible*, les deux représentations en logique des prédicats que l'on peut associer à ces phrases.
 - (1) a. Jean loue un appartement.
b. Tout étudiant lit un article.
c. Marie aime les chiens et les chats sauvages.
d. Tout le monde n'a pas aimé le film.
e. Paul devrait être à New York.
3. Proposer plusieurs phrases en français qui ont les mêmes conditions de vérité que la formule suivante, où $F(x) = x$ est fermier, $P(x, y) = x$ possède y , et $B(x, y) = x$ bat y .

$$\forall x \forall y((F(x) \wedge P(x, y)) \rightarrow B(x, y))$$
 Même question pour les formules suivantes ($P(x, y) = x$ parle à y , $j =$ Jean, $m =$ Marie, $C(x, y) = x$ croit y , $H(x) = x$ est une personne, $A(x) = x$ est un âne) :
 - (2) a. $(\neg P(j, m) \rightarrow \forall x(x \neq j \rightarrow \neg P(j, x)))$
b. $\neg \forall x((H(x) \wedge \forall y(H(y) \rightarrow C(y, x))) \rightarrow C(m, x))$
c. $\forall x(F(x) \rightarrow \neg \exists y(A(y) \wedge P(x, y)))$
4. Donner une formule du calcul des prédicats qui soit tautologique, une autre qui soit contradictoire, et une formule contingente (satisfaisable).
5. Proposer une traduction des phrases suivantes en logique des prédicats.
 - (3) a. Si un étudiant obtient une note en juin, il la garde pour septembre.
b. Tous les dossiers auxquels il manquera une pièce seront rejetés sans être examinés.
c. Quiconque insulte Jean risque sa vie.
6. Russel proposait de représenter au même niveau le contenu présupposé et le contenu asserté d'une proposition. Par exemple, pour *C'est Marcel qui est coupable* on aurait la formule $\exists x C(x) \wedge C(m)$ (il existe un coupable et Marcel est coupable). De même, pour *Le Roi de France est chauve*, on aurait la formule suivante¹ $\exists x R d F(x) \wedge \forall y (R d F(y) \rightarrow y = x) \wedge C(x)$. Proposer une représentation dans le même esprit pour chacun des énoncés suivants.
 - (4) a. Jean aussi est venu
b. Léa a réussi son ascension
c. Seul le facteur est passé
d. Paul s'est fait voler sa voiture
7. Traduisez en logique des prédicats les propositions suivantes, et, en cas d'ambiguïté, donnez toutes les traductions correspondantes.
 - (5) a. Bien que personne ne fasse de bruit, Jean n'arrive pas à se concentrer
b. Si personne ne fait de bruit, Jean répondra au moins à une question
c. Tout le monde a menti à quelqu'un dans sa vie
d. Tous les étudiants, sauf Jean, sont présents
e. Aucun enfant ne fait jamais aucune bêtise
f. Tout le monde a lu un livre de logique

¹La logique avec égalité est nécessaire pour d'exprimer formellement l'unicité.